Prof. Dr. T. Feldmann, Dr. P. Moch, M. Höfer

Blatt 7 — Ausgabe: Fr, 3.6.2016 — Abgabe: Fr, 10.6.2016

Hausaufgaben für Fr. 10.6.2016

Aufgabe 18: Maxwell–Relationen

6 P

Neben dem Volumen V besitze ein System noch einen weiteren äußeren Parameter Y mit zugehöriger verallgemeinerter Kraft X, so dass die fundamentale thermodynamische Beziehung zu

$$dE = T\,dS - p\,dV + X\,dY \tag{1}$$

zu ergänzen ist. Wieviele thermodynamische Potentiale (einschließlich E) kann man durch Legendre-Transformationen bilden und wieviele Maxwell-Relationen ergeben sich daraus insgesamt? — Geben Sie ein thermodynamisches Potential Ihrer Wahl an, welches nicht mit E, F, H, G übereinstimmt, das dazugehörige totale Differential und alle aus diesem Potential folgenden Maxwell-Relationen.

Aufgabe 19: Thermodynamische Relationen

8 P

Es sei $z = z(x, y)$ eine Funktion zweier Parameter. Weiterhin sei die Funktion eindeutig auflösbar. Es existieren also die eindeutigen Funktionen $x = x(y, z)$ und $y = y(x, z)$.

a) Zeigen Sie die folgende beiden Relationen,

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = \left[\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y\right]^{-1}, \qquad \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z .$$

Hinweis:

Nutzen Sie für die Beweise das vollständige Differential von z.

Bitte wenden!

b) Wenden Sie die obigen Relationen nun in der Thermodynamik an, in dem Sie die folgende Relation beweisen,

$$c_p - c_V = T\,\frac{\alpha_p^2}{\kappa_T}\,,$$

wobei die hier auftretenden Funktionen wie folgt definiert sind: Die spezifischen Wärmen bei konstantem Druck bzw. Volumen,

$$c_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p\,, \qquad c_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V\,, \tag{2}$$

sowie die isotherme Kompressibilität, $\kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$, und der thermische Ausdehnungskoeffizienten $\alpha_p = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$.

Aufgabe 20: Magnetisches Material

6 P

Betrachten Sie ein magnetisches Material, dessen Wärmekapazität $C_B(T,B)$ bei konstantem Magnetfeld und dessen Magnetisierung $M(T,B)$ als Funktion der Temperatur T und des Magnetfeldes B bekannt seien. Das totale Differential der Energie sei gegeben durch

$$dE \;=\; T\,dS + B\,dM\,. \tag{3}$$

a) Leiten Sie für das magnetische Material die freie Enthalpie $G(T,B)$, sowie das dazugehörige Differential her.

b) Zeigen Sie, dass die Änderung der Entropie bei konstanter Temperatur gleich der Änderung der Magnetisierung bei konstantem Feld ist,

$$\left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)_T \;=\; \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B\,.$$

c) Drücken Sie allgemein die Änderung der Temperatur bei adiabatischer Änderung des Magnetfeldes, $(\partial T/\partial B)_S$, durch die beiden Funktionen $C_B(T,B)$ und $M(T,B)$ aus. Setzen Sie dann explizit die Ausdrücke aus Aufgabe 16 ein.

Hinweis:

Sie können im Aufgabenteil c) verwenden

$$C_B(T,B) \;=\; Nk_B\left(\frac{\mu_B B}{k_B T}\right)^2 \frac{1}{\cosh^2\left(\frac{\mu_B B}{k_B T}\right)}\,, \tag{4}$$

$$M(T,B) \;=\; N\mu_B \tanh\left(\frac{\mu_B B}{k_B T}\right)\,. \tag{5}$$